

Devoir de mathématiques

N°9

*L'usage des calculatrices n'est pas autorisé.***Exercice 1 (d'après bac C, 1993, Nouvelle Calédonie) : 6 points**

On considère le mot MILOU. On forme des « mots », ayant un sens ou non, avec certaines de ses lettres. Chaque lettre intervient au plus une fois dans un même « mot ».

- 1) Combien de mots de 5 lettres peut-on faire ?
- 2) Combien de mots peut-on faire en tout ?
- 3) Combien de mots de 5 lettres dans lesquels il n'y a pas deux voyelles consécutives ?
- 4) Combien de mots de 6 lettres peut-on faire en employant les lettres du mot TINTIN, chaque lettre pouvant figurer autant de fois qu'elle apparaît dans le mot ?
- 5) Combien de mots de 6 lettres peut-on faire en employant les lettres du mot HADDOCK, chaque lettre pouvant figurer autant de fois qu'elle apparaît dans le mot ?

Exercice 2 (d'après Bac E, Rennes 1977) : 7 points.

Un enquêteur s'intéresse aux loisirs d'un groupe de 200 personnes. Il apprend que 100 pêchent, 80 lisent, et 30 pratiquent ces deux activités.

- 1) Représenter ces données sous la forme d'un diagramme de Carroll, le compléter.
- 2) On effectue un sondage en choisissant 20 personnes du groupe.
 - a) Combien de sous-groupes différents peut-on faire ?
 - b) Combien de sous groupes dans lesquels il y a exactement 10 pêcheurs ?
 - c) Combien de sous groupes dans lesquels les proportions de l'ensemble sont respectées (10 chasseurs, 8 lecteurs et 3 pratiquant les 2) ?
 - d) Combien de sous groupes dans lesquels il y a exactement 10 chasseurs et 8 lecteurs ?

On donnera les résultats en utilisant les coefficients C_n^p ou les factorielles.

Exercice 3 (7 points)

On appelle f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$

- 1) Etudier les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles en sont les conséquences pour la courbe représentative de f ?
- 2) Etudier les variations de f .

3) Calculer $\int_1^e f(x) dx$.

- 4) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ puis $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$. En déduire le

calcul de $\int_1^e f^2(x) dx$.