Classes de Terminale S_5 S_6 **Vendredi 9 Février 2001**

Devoir de spécialité mathématiques

N°9

Exercice 1) (Inde Liban, Bac S, Septembre 1994) 10 points

Soit ABC un triangle quelconque du plan orienté.

On désigne par R_1 la rotation de centre A et d'angle $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

R_2 la rotation de centre C et d'angle $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)$

R_3 la rotation de centre B et d'angle $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right)$.

Le but de l'exercice est de déterminer la transformation f définie par $f = R_3 o R_2 o R_1$.

Soit Δ_1, Δ_2, Δ_3 les bissectrices intérieures respectives des angles $B\hat{A}C, A\hat{C}B, A\hat{B}C$. Soit I le point d'intersection de ces trois droites. Les réflexions d'axes Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont notées S_1, S_2, S_3.

1) Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle.
2) Montrer que $R_2 o R_1 = S_2 o S_1$ (on utilisera une décomposition de R_2 et R_1 en deux réflexions)
3) Montrer que $f(I)$ est le point I_1 symétrique de I par rapport à (AB)
4) Déterminer le centre Ω de la rotation f.

Exercice 2) (France métropolitaine, Bac S, session de remplacement 1996) 10 points

Dans le plan on considère un carré $ABCD$ de centre I, tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{2}$.

Etant donné un point M du segment $[BD]$ distinct de B et D, on appelle N, P et Q les projetés orthogonaux respectifs de M sur les droites (AB), (AD) et (CD).

On considère les isométries suivantes : r est la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$, r' la rotation de centre D et d'angle $-\frac{\pi}{2}$, t est la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

a) Déterminer les points $r' o t(A)$ et $r' o t(B)$. Préciser la nature de la transformation $r' o t$ et en déduire que $r' o t = r$.
b) Déterminer $t(N)$. Démontrer que $r(N) = P$. En déduire que $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PD}$.
c) Démontrer les égalités $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB}$ et $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PD}$. En déduire que les droites