Classe de terminale STI$_3$ **Vendredi 24 janvier 2003**

Devoir de mathématiques

N°5

Exercice 1) (à traiter sans calculatrice, 12 points)

Les questions sont indépendantes.

1) Donner une primitive des fonctions suivantes:

$$f : x \to 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 7x - \sqrt{3}\,,\ g : x \to 2\cos(3x - \frac{\pi}{4})\,, h : x \to (4x-1)^5$$

2) Donner une primitive des fonctions suivantes

$$f : x \to \frac{2x^3 - 3x^2 - x + 1}{x^2},\ g : x \to \cos x \sin^3 x\,, h : x \to \frac{2x+1}{x^2 + x - 3}$$

3) Calculer la dérivée de la fonction F définie par $F(x) = ax\sin(2x) + b\cos(2x)$. Déterminer a et b pour que F soit une primitive de la fonction $f : x \to x\cos(2x)$. En déduire le calcul de $\int_{\pi/6}^{\pi/4} x\cos(2x)dx$

4) Calculer $\int_{2}^{5} (x + \frac{1}{x})dx$ et $\int_{-1}^{1} \sin(\frac{\pi}{3}x)dx$

Exercice 2) (Bac F2, 1989, 8 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ d'unité 1cm.

On appelle u le nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{3}$.

1) Ecrire sous forme algébrique u et $U = \frac{2+u}{2-u}$. Ecrire U sous forme exponentielle. Représenter les points d'affixes respectives u et U.
2) Montrer que les points d'affixes respectives 1, $\frac{u}{2}$ et U sont alignés.
3) Soit $z = x + iy$ un nombre complexe différent de 2. On définit $Z = \frac{2+z}{2-z}$. Déterminer la partie réelle X et la partie imaginaire Y de Z en fonction de x et y.
4) Montrer que si z a pour module 2 alors Z est imaginaire pur. Donner alors une écriture simple de Z et montrer que les points d'affixes respectives 1, $\frac{z}{2}$ et Z sont alignés.