

Devoir de mathématiques

N2

Première partie (7 points)

On appelle P le polynôme défini sur \mathbb{R} par $P(x) = x^3 - 13x + 12$.

- 1) Montrer que l'on peut écrire pour tout x : $P(x) = (x-1)(x^2 + x - 12)$
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.
- 3) Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x .
- 4) Calculer la dérivée P' de P . Etudier les variations de P .
- 5) Etudier les limites de $P(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

Deuxième partie (9 points)

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $f(x) = x + \frac{13}{x} - \frac{6}{x^2} = \frac{x^3 + 13x - 6}{x^2}$

- 1) Etudier les limites de f en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 2) Montrer que la courbe \mathcal{C} de f admet deux asymptotes dont l'une est la droite Δ d'équation $y = x$.
- 3) Etudier la position de \mathcal{C} par rapport à Δ , préciser les coordonnées de leur point d'intersection A .
- 4) Calculer la dérivée f' de f et montrer que, pour tout réel non nul x , $f'(x) = \frac{P(x)}{x^3}$
- 5) Etudier les variations de f .
- 6) Tracer Δ et \mathcal{C} dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 1 cm.

Troisième partie (4 points)

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $(\ln x)^3 - 13 \ln x + 12 = 0$
- 2) $\ln x + \ln(13 - x^2) = 2 \ln 2 + \ln 3$