Classe de Terminale STI$_3$ ***Jeudi 19 Octobre 2000***

Devoir de mathématiques

N°2

Exercice 1) (Bac F$_1$, 1991, 15 points)

Partie A]

Soit f la fonction définie sur $]2\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x + 2 + \dfrac{4}{x-2}$ et C sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1) Etudier la limite de f en $+\infty$
2) Montrer que C admet la droite D d'équation $y = x + 2$ pour asymptote. Etudier la position de C par rapport à D.
3) Etudier la limite de f en 2.
4) Etudier les variations de f et tracer son tableau de variations.
5) Représenter C.

Partie B]

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne les points P et I de coordonnées respectives (2 ; 1) et (2 ; 0). Le point M est un point **variable** de l'axe des abscisses, d'abscisse x strictement supérieure à 2. La droite (PM) coupe l'axe des ordonnées en N (voir figure jointe)

1) Démontrer que l'ordonnée de N est $\dfrac{x}{x-2}$.
2) Montrer que l'aire du triangle OMN vaut $\dfrac{1}{2} f(x)$.
3) Déduire des résultats précédents le triangle OMN d'aire minimale.

Partie C]

On fait maintenant tourner le triangle OMN autour de l'axe des ordonnées. On obtient un joli cône de révolution (on rappelle le volume d'un cône : aire de base fois hauteur divisée par 3).

1) Exprimer ce volume $V(x)$ en fonction de x
2) Ce volume est-il minimal quand l'aire du triangle OMN est minimale ?

Exercice 2) (5 points)

On appelle f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x+3}{(x+1)^2}$. Déterminer l'ensemble de définition de f et étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.