

Devoir de mathématiques

N°5

Exercice 1)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes:

- a) $\ln(2e^x - 1) < 3$
- b) $\ln(x) + \ln(x+4) = \ln(3x+6)$
- c) $e^{2x-3} = 3e^{x+2}$
- d) $e^{2x+1} \leq e^{3-x}$

Exercice 2)

1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $64x^2 - 32x + 3 = 0$ b) En déduire que les solutions de l'équation $64e^{-2x} - 32e^{-x} + 3 = 0$ sont $\ln \frac{8}{3}$ et $\ln 8$ c) On pose $B(x) = 64e^{-2x} - 32e^{-x} + 3$. Etudier le signe de $B(x)$ suivant les valeurs de x .2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{2}x + 16e^{-x}(1 - e^{-x})$ a) Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.b) Montrer que la droite D d'équation $y = \frac{3}{2}x$ est asymptote à la courbe C de f . Préciser les positions relatives de C et D .3) Montrer que la dérivée de f s'écrit, pour tout réel x , $f'(x) = \frac{1}{2}B(x)$.En déduire les variations de f (on donnera la valeur exacte de chaque extremum);4) Trouver les coordonnées du point de C où la tangente à C est parallèle à D .5) Tracer D et C dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2 cm.6) Calculer $\int_{\ln \frac{8}{3}}^{\ln 8} f(x) dx$

barème possible: 1) 6 points , 2) 14 points.