

Devoir de mathématiques

n°3

Exercice 1) (bac F₁₁, 1984) (5 points)Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et l'inéquation suivantes :

$$\ln(x^2 + 3x - 4) - \ln 3 = \ln 2 ; \ln(x - 1) - \ln 3 = \ln 2 - \ln(x + 4) ; 2 \ln(x + 4) \geq \ln(2 - x)$$

Exercice 2) (bac G₂₋₃, 1983)Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \quad \text{puis} \quad \begin{cases} 3 \ln x - 4 \ln y = -6 \\ \ln(x^2) + \ln y = 7 \end{cases}$$

Exercice 3) (d'après bac STI₂₋₃, 1996) (12 points)

f est la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(2x) - \ln(x+1)$. $\mathcal{C}$ est sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité 2 cm.

1) Étudier la limite de f en 0. Quelle conséquence peut-on en déduire pour $\mathcal{C}$?2) Vérifier que pour tout réel $x > 0$ on a $f(x) = \ln(2) + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.En déduire la limite de f en $+\infty$. Quelle conséquence peut-on en déduire pour $\mathcal{C}$?3) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \frac{1}{x(x+1)}$.4) Construire la tableau de variation de f .5) Déterminer l'abscisse du point A , intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.6) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ en A .7) Tracer T et $\mathcal{C}$.